

The background of the cover is a complex mathematical diagram with various lines, points, and labels. Several circular portraits of mathematicians are overlaid on the diagram. The text is rendered in a stylized, metallic, 3D font with a drop shadow effect.

ВСТУП ДО  
МАТЕМАТИЧНОЇ  
ЕКОНОМІКИ.

ФУНДАМЕНТАЛЬНІ  
МОДЕЛІ

Міністерство освіти і науки України  
Львівський національний університет імені Івана Франка

**М.М.Баранкевич, В.Б.Антонів**

# **ВСТУП ДО МАТЕМАТИЧНОЇ ЕКОНОМІКИ. ФУНДАМЕНТАЛЬНІ МОДЕЛІ**

**Навчальний посібник**

*Рекомендовано  
Міністерством освіти і науки України*

Дрогобич  
Коло  
2009

УДК 330.4  
ББК У.в 611  
Б241

Рецензенти:

**І.С. Благун**

доктор економічних наук, професор, завідувач кафедри економічної кібернетики  
(Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника).

**В.І. Єлейко**

доктор економічних наук, професор, завідувач кафедри економетрії та статистики  
(Львівська комерційна академія).

**В.А. Козицький**

кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри математичної економіки та  
економетрії (Львівський національний університет імені Івана Франка).

*Рекомендовано до друку Міністерством освіти і науки України  
як навчальний посібник для студентів вищих навчальних закладів  
(Лист за №1.4/18-Г-2122 від 15.10.2008 р.)*

**Баранкевич М. М.**

**Б241** Вступ до математичної економіки. Фундаментальні моделі :  
Навч. посіб. / М.М. Баранкевич, В.Б. Антонів. – Дрогобич, Коло,  
2009. – 348 с.

ISBN 978-966-7996-84-0

Навчальний посібник присвячено систематизованому, з погляду математичної економіки, викладенню найбільш актуальних концепцій аналізу економіки.

Опис цих концепцій (моделей) проведено в порядку їх історичного розвитку, починаючи із моделі рівноваги конкурентної економіки Л.Вальраса. Розвиток цього підходу подається на прикладі динамічної рівноваги в моделі Неймана та її модифікацій. В посібнику широко описано модель міжгалузевго балансу В.Леонт'єва, кейнсіанська система з її модифікаціями, неокласична (модель Р.Солоу) та неокейнсіанські моделі економічного росту (модель Харрода-Домара), неомонетарна модель М.Фрідмена. На завершення подається опис моделі діалогової системи державного регулювання економікою.

У посібнику, поряд з описом найважливіших концепцій, подається коротка біографічна довідка їх авторів.

Посібник призначений для студентів вищих навчальних закладів, які навчаються за спеціальністю „Економічна кібернетика”, а також студентам факультету прикладної математики, які спеціалізуються в напрямку математичної економіки.

З матеріалом посібника корисно ознайомитись також студентам, аспірантам та фахівцям всіх інших економічних спеціальностей.

ISBN 978-966-7996-84-0

УДК 330.4

ББК У.в 611

© Баранкевич М.М., Антонів В.Б., 2009

© Львівський національний університет  
ім. Івана Франка, 2009

## ЗМІСТ

<b>ПЕРЕДМОВА.....</b>	<b>10</b>
<b>ВСТУП.....</b>	<b>13</b>
<b>ВИРОБНИЧІ ФУНКЦІЇ.....</b>	<b>17</b>
§ 1.1. Розвиток та типи виробничих функцій.....	20
§ 1.2. Властивості виробничих функцій.....	22
1.2.1. Елементи частинного аналізу.....	22
1.2.2. Складові загального аналізу.....	24
§ 1.3. Неокласичні виробничі функції.....	30
1.3.1. Виробнича функція Кобба-Дугласа.....	31
1.3.2. Виробнича функція CES та її модифікації.....	35
§ 1.4. Лімітаційні виробничі функції.....	43
§ 1.5. Деякі різновиди двофакторних виробничих функцій.....	46
§ 1.6. Методика побудови багатфакторних виробничих функцій.....	48
<b>КОНКУРЕНТНА РІВНОВАГА В РИНКОВІЙ ЕКОНОМІЦІ.....</b>	<b>50</b>
§ 2.1. Модель Вальраса.....	54
2.1.1. Загальна характеристика економічних відношень та основні положення моделі.....	54
2.1.2. Формальна постановка проблеми.....	55
2.1.3. Закон Вальраса.....	59
§ 2.2. Модель Ерроу-Дебре та її рівновага.....	60
§ 2.3. Модель Еванса.....	61
§ 2.4. Павутиноподібна модель.....	63
2.4.1. Процес формування попиту та пропозиції.....	63
2.4.2. Процес формування цін.....	66
§ 2.5. Модель рівноваги з гарантованими доходами.....	69
2.5.1 Формалізована модель економіки з гарантованими доходами.....	70
2.5.2. Теорема існування рівноважного стану в моделі з гарантованими доходами.....	72

§ 2.6. Модель рівноваги з фіксованими доходами.....	73
2.6.1. Бюджетний парадокс (ефект Гіффіна).....	73
2.6.2. Дослідження моделі при зміні бюджету першого споживача.....	80
§ 2.7. Рівноважна модель Макарова.....	82
<b>МОДЕЛІ ДИНАМІЧНОЇ РІВНОВАГИ.....</b>	<b>85</b>
§ 3.1. Модель динамічної рівноваги Вальраса.....	89
§ 3.2. Модель збалансованого росту фон Неймана.....	93
3.2.1. Опис моделі.....	93
3.2.2. Опис динаміки моделі.....	94
3.2.3. Роль поняття ціни в моделі Неймана.....	95
3.2.4. Динамічна рівновага моделі Неймана в умовах стаціонарності.....	98
3.2.5. Умови продуктивності і нерозкладності моделі Неймана.....	101
3.2.6. Оптимізаційна модель Неймана.....	103
§ 3.3. Магістральна теорія для моделі Неймана.....	104
3.3.1. Ідея та необхідні поняття магістральної теорії.....	104
3.3.2. Огляд теорем існування магістралі для найпростіших моделей нейманівського типу.....	107
§ 3.4. Модель Гейла.....	109
3.4.1. Модель Гейла та її рівновага.....	111
3.4.2. Теорема Раднера про існування магістралі в моделі Гейла.....	114
<b>МОДЕЛЬ ЛЕОНТЬЄВА ТА ЇЇ АНАЛІЗ.....</b>	<b>116</b>
§ 4.1. Статична модель Леонтьєва та умови її продуктивності.....	119
§ 4.2. Дослідження продуктивності моделі Леонтьєва з урахуванням споживання.....	125
§ 4.3. Рівновага в динамічній моделі міжгалузевого балансу.....	128
4.3.1. Динамічна модель міжгалузевого балансу.....	128
4.3.2. Оптимізаційна модель динамічного міжгалузевого балансу.....	130

4.3.3. Рівновага в моделі динамічного міжгалузевого балансу.....	131
§ 4.4. Аналіз збалансованого розвитку економіки за допомогою міжгалузевого балансу.....	135
4.4.1. Замкнута модель міжгалузевого балансу та її аналіз.....	136
4.4.2. Приклад.....	138
4.4.3. Можливі напрямки вдосконалення балансових моделей.....	140
§ 4.5. Існування магістралі в моделях леонтієвського типу.....	140
4.5.1. Теорема Морішими.....	140
4.5.2. Теорема про магістраль для моделі Леонт'єва з нетермінальною цільовою функцією.....	142
<b>ТЕОРЕТИЧНА СИСТЕМА ДЖ. М.КЕЙНСА.....</b>	<b>145</b>
§ 5.1. Основні теоретичні положення кейнсіанства.....	151
§ 5.2. „Грошова економіка” Дж. М.Кейнса. (Ринок грошей).....	151
§ 5.3. Кейнсіанська концепція споживання. (Ринок товарів).....	156
§ 5.4. Кейнсіанська концепція зайнятості. Основні положення. (Ринок праці).....	161
§ 5.5. Кейнсіанська модель загальної економічної рівноваги.....	165
§ 5.6. Класична модель ринкової економіки.....	169
§ 5.7. Математична модель ринкової економіки Кейнса.....	176
§ 5.8. Ілюстративний приклад моделі Кейнса.....	179
§ 5.9. Порівняльний аналіз класичної та кейнсіанської моделей ринкової економіки.....	181
<b>МОДЕРНІЗОВАНІ КОНЦЕПЦІЇ КЕЙНСІАНСЬКОЇ МОДЕЛІ.....</b>	<b>183</b>
§ 6.1. Концепція міжчасового вибору Ірвіна Фішера.....	185
6.1.1. Міжчасове бюджетне обмеження.....	186
6.1.2. Відношення переваг споживача.....	187

6.1.3. Оптимальний вибір.....	188
6.1.4. Аналіз впливу змін доходу на споживання.....	189
6.1.5. Аналіз впливу реальної відсоткової ставки на споживання.....	190
6.1.6. Обмеження на запозичення.....	191
§ 6.2. Теорія постійного вибору Мілтона Фрідмена.....	193
6.2.1. Засади концепції залежності споживання від постійного доходу.....	193
6.2.2. Оцінка постійного доходу.....	194
§ 6.3. Теорія життєвого циклу Ф.Модільяні.....	195
§ 6.4. Теорія економічних циклів Хансена.....	197
6.4.1. Циклічність макроекономічної динаміки.....	199
6.4.2. „Хвилі” макроекономічної динаміки.....	200
6.4.3. Особливості у підходах до проблеми циклів різних концепцій.....	202
6.4.4. Теорія циклів Хансена.....	204

<b>НЕОКЕЙНСІАНСЬКІ МОДЕЛІ ЕКОНОМІЧНОГО РОСТУ.....</b>	<b>207</b>
§ 7.1. Макроекономічний ріст та його показники.....	209
§ 7.2. Модель економічного росту Е.Домара.....	210
§ 7.3. Модель Р.Харрода.....	212
§ 7.4. Модель Харрода-Домара.....	219
§ 7.5. Модель стійкого економічного росту Н.Калдора.....	222

<b>НЕОКЛАСИЧНА МОДЕЛЬ ЕКОНОМІЧНОЇ ДИНАМІКИ Р.СОЛОУ ТА ЇЇ АНАЛІЗ.....</b>	<b>224</b>
§ 8.1. Модель Солоу в абсолютних та відносних показниках.....	228
8.1.1. Основні положення неокласичної моделі росту.....	228
8.1.2. Формальні позначення.....	228
8.1.3. Модель Солоу в абсолютних показниках.....	230
8.1.4. Модель Солоу у відносних показниках.....	231
8.1.5. Модель Солоу в стаціонарному режимі.....	233
§ 8.2. Аналіз моделі Солоу.....	234

8.2.1. Аналіз рівноваги моделі Солоу в стаціонарному режимі.....	234
8.2.2. Дослідження перехідного процесу у випадку функції Кобба-Дугласа.....	236
8.2.3. Аналіз впливу фондоозброєності на економічний ріст.....	239
8.2.4. „Золоте” правило нагромадження.....	243
8.2.4.а. Суть правила нагромадження.....	243
8.2.4.б. Правило нагромадження у випадку функції Кобба-Дугласа.....	243
8.2.4.в. Виграш в поточному споживанні завжди тимчасовий.....	245
8.2.5. Аналіз впливу трудових ресурсів на економічний ріст.....	245
8.2.6. Науково-технічний прогрес та економічне зростання.....	247
8.2.7. Висновки.....	248
§ 8.3. Модель Солоу трьохсекторної економіки.....	250
8.3.1. Загальна характеристика трьохсекторної економіки.....	250
8.3.2. Модель трьохсекторної економіки в абсолютних показниках.....	251
8.3.3. Модель трьохсекторної економіки у відносних показниках.....	252
§ 8.4. Неокласична модель оптимального економічного росту.....	254
8.4.1. Основні положення моделі та необхідні позначення.....	255
8.4.2. Побудова моделі оптимального економічного росту.....	257
8.4.3. Геометрична інтерпретація основного рівняння моделі економічного росту.....	259
8.4.4. Додаткові поняття.....	262
8.4.5. Неокласична модель задачі оптимального економічного росту.....	264



## МОНЕТАРНИЙ ПІДХІД АНАЛІЗУ ЕКОНОМІКИ

<b>М. ФРІДМЕНА.....</b>	<b>266</b>
§ 9.1. Взаємодія: гроші – дохід.....	269
9.1.1. Основні положення монетарної моделі.....	269
9.1.2. Математична модель Фрідмена.....	270
9.1.3. Основні розбіжності між макроекономічними концепціями (доктринами).....	271
9.1.4. Третій шлях (Фрідмена).....	275
9.1.5. Способи впливу грошових імпульсів.....	277
§ 9.2. Інфляція.....	279
9.2.1. Суть монетарної теорії інфляції.....	279
9.2.2. Вклад Ф.Кейгена в дослідження інфляції.....	280
9.2.3. Крива Філіпса та її значимість в кейнсіанській та неокласичній концепціях.....	281
9.2.4. Фрідменівська інтерпретація інфляції та безробіття.....	283
9.2.5. Поняття інфляційних очікувань – ключовий елемент монетарного підходу.....	284
9.2.6. Несподівані грошові імпульси – фактор росту економіки.....	285
9.2.7. Рекомендації.....	287
§ 9.3. Математичне моделювання інфляційних процесів (Неокласичний підхід).....	288

## МОДЕЛЬ ДЕРЖАВНОГО РЕГУЛЮВАННЯ

<b>ЕКОНОМІКИ.....</b>	<b>297</b>
§ 10.1. Моделювання системи державного регулювання економіки.....	298
10.1.1. Структура моделі державного регулювання та її характеристика.....	298
10.1.1.1. Положення системи.....	298
10.1.1.2. Можливі економічні ситуації та їх характеристика.....	298
10.1.1.3. Визначення макроекономічних показників економічної ситуації.....	300

10.1.1.4. Структурна схема системи державного регулювання.....	302
10.1.1.5. Характеристика блоків та інформаційних потоків між ними.....	303
10.1.2. Структура та функціонування моделі економіки країни.....	310
10.1.2.1. Структурна схема моделі економіки.....	311
10.1.2.2. Підсистема „Виробництво”.....	312
10.1.2.3. Підсистема „Експорт - Імпорт”.....	315
10.1.2.4. Підсистема „Інвестиції”.....	316
10.1.2.5. Підсистема „Споживання”.....	318
10.1.2.6. Підсистема „Бюджет”.....	320
10.1.2.7 Підсистема „Цільові показники”.....	322
§ 10.2. Моделювання державного впливу на перерозподіл податків.....	324
10.2.1. Модель перерозподілу податкового тягаря.....	324
10.2.2. Умови перерозподілу податкового навантаження.....	327
10.2.3. Вплив підвищення податків на виробництво.....	332
10.2.4. Вплив зміни оподаткування споживчого сектора.....	335
10.2.4.1. Випадок недостатнього оподаткування споживчого сектора.....	335
10.2.4.2. Випадок надлишкового оподаткування споживчого сектора.....	336
10.2.5. Вплив підвищення податків на ціни.....	337
<b>СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ.....</b>	<b>345</b>